



**Classe PRIMA Liceo Scientifico
opzione Scienze Applicate**

Prerequisiti di Matematica

Gli insegnanti di Matematica del Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate dell'I.I.S. "G. Vallauri" ritengono utile fornire alcune indicazioni sugli argomenti che costituiscono i prerequisiti minimi per lo studio della Matematica al fine di accompagnare gli studenti ad un ingresso sereno nel nuovo percorso di studi.

1. Numeri naturali, interi relativi, razionali relativi:

- ✓ trasformare i numeri decimali in frazione e viceversa;
- ✓ ordinare e rappresentare i numeri sulla retta orientata;
- ✓ svolgere equivalenze, esprimere i numeri in notazione scientifica e riconoscerne l'ordine di grandezza.

2. Operazioni con i numeri e loro proprietà:

- ✓ eseguire rapidamente calcoli mentali;
- ✓ calcolare rapporti e percentuali;
- ✓ risolvere proporzioni e riconoscere grandezze direttamente e inversamente proporzionali;
- ✓ scomporre i numeri in fattori primi;
- ✓ calcolare il M.C.D. e il m.c.m. di due o più numeri;
- ✓ eseguire espressioni numeriche utilizzando tutte le proprietà delle operazioni e, in particolare, le proprietà delle potenze;
- ✓ usare le parentesi in modo appropriato;
- ✓ eseguire i primi calcoli con le lettere;
- ✓ trasformare un'espressione linguistica in un'espressione algebrica.

3. Elementi di geometria del piano:

- ✓ classificare le figure geometriche in base alle loro proprietà caratteristiche;
- ✓ disegnare correttamente una figura a partire dalla sua descrizione;
- ✓ descrivere correttamente una figura geometrica piana;
- ✓ risolvere semplici problemi dopo aver individuato nel testo dati e incognite.

4. Linguaggio specifico di base:

- ✓ esprimere i principali concetti con termini specifici corretti.

I docenti di Matematica
del Liceo Scientifico opzione Scienze Applicate

ESERCIZI

1. L'insieme N dei numeri naturali

- Proprietà delle potenze
- Notazione scientifica
- Equivalenze con multipli e sottomultipli delle unità di misura
- Scomposizione in fattori primi, M.C.D. e m.c.m.
- Problemi

2. L'insieme Z dei numeri interi relativi

- Numeri interi relativi e loro rappresentazione
- Espressioni
- Problemi

3. L'insieme Q dei numeri razionali relativi

- Frazioni e loro rappresentazione
- Numeri decimali
- Proporzioni e percentuali
- Espressioni
- Problemi

4. I primi elementi del calcolo letterale

- Dalle parole ai simboli
- Dalle formule dirette a quelle inverse
- Espressioni algebriche letterali
- Operazioni con i monomi e con i polinomi

5. Le equazioni numeriche di primo grado

- Equazioni e principi di equivalenza
- Equazioni numeriche intere
- Problemi ed equazioni

6. Le figure geometriche

- Gli enti geometrici fondamentali
- Individuare dati e incognite
- Il teorema di Pitagora
- Area e perimetro di figure piane
- Superficie e volume di figure solide

1. L'insieme \mathbb{N} dei numeri naturali

a. Proprietà delle potenze

1. Calcola e confronta i risultati:

a. $2^4 = \dots$ $2 \cdot 4 = \dots$

b. $3^3 = \dots$ $3 \cdot 3 = \dots$

c. $1^5 = \dots$ $1 \cdot 5 = \dots$

d. $7^2 = \dots$ $7 \cdot 2 = \dots$

2. Stabilisci se le seguenti uguaglianze sono vere o false:

a. $3^3 = 3^2 \cdot 3$

b. $13^9 : 13^6 \cdot 13 = 13^3$

c. $5^8 = 5^{10} : 5^3$

d. $17^{10} : 17^7 : 17^3 = (2^3)^0$

e. $(7^2)^3 = 7^{18} : 7^{12}$

f. $2^{10} : 2^8 = 16^2 : 4^2$

g. $4^4 \cdot 4 = 20^5 : 5^5$

h. $8^4 : 8^3 \cdot 8 = 8^4 : (8^3 \cdot 8)$

3. Completa le seguenti uguaglianze applicando le proprietà delle potenze:

a. $5^{\dots} \cdot 5^3 = 5^9$

b. $3^8 \cdot (\dots)^8 = 15^8$

c. $8^9 : 8^{\dots} = 8^6$

d. $(7^{\dots})^4 = 7^{20}$

e. $14^5 : (\dots)^5 = 2^5$

f. $6^4 \cdot (\dots)^8 = 24^4$

g. $(5^{\dots})^3 : 125 = 5^3$

h. $99^9 : 11^9 : (9^{\dots})^3 = 1$

i. $(0,1^2)^{\dots} = 0,000001$

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze:

4. $\left[(7^2)^3 \cdot 7^5 : (7^4)^2 \right] \cdot 7 : 7^2$ [49]

5. $\left\{ 6^5 \cdot 6^2 : \left[(3^3 \cdot 2^2)^3 : 3^2 \right] \right\}^3$ [8]

6. $\left\{ \left[(2+3)^3 \cdot (1+1)^3 \right]^2 : (2^2 \cdot 5^2)^3 \right\} + 1^{10} - (2^3)^0$ [1]

b. Notazione scientifica

Si utilizza nei calcoli scientifici per esprimere in maniera rapida ed efficace numeri molto grandi o numeri molto piccoli, sfruttando le proprietà delle potenze del 10.

Ad esempio, 1000 può essere espresso come 10^3 , così come 340000 può essere sintetizzato dall'espressione $3,4 \cdot 10^5$, in cui si osserva la presenza di una **parte numerica**, maggiore o uguale a 1 e minore di 10, moltiplicata per una potenza di 10, dove **l'esponente rappresenta il "numero di posti decimali" di cui occorre spostare la virgola**.

Analogamente, 0,001 si esprime come 10^{-3} e 0,00056 diventa $5,6 \cdot 10^{-4}$.

Esempio:

$$0,0000000000667$$

$$0,00000000006,67$$

$$6,67 \times 10^{-11}$$

1. Esprimi in notazione scientifica i seguenti numeri:

- | | |
|-----------------|------------------------|
| a. 10000 | b. 1500000 |
| c. 0,00002 | d. 0,003456 |
| e. 234000000 | f. 0,00986 |
| g. 0,0000000324 | h. 3000000000000000000 |

2. Svolgi le seguenti operazioni, sfruttando le proprietà delle potenze:

- | | | | |
|-----------------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|
| a. $2,9 \cdot 10^5 \cdot 10^{-7}$ | b. $0,00045 \cdot 10^4$ | c. $12000 \cdot 0,0004$ | d. $(2 \cdot 10^6)^3$ |
|-----------------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------|

c. Equivalenze con multipli e sottomultipli delle unità di misura

Spesso in fisica la notazione scientifica viene utilizzata per svolgere le equivalenze tra multipli e sottomultipli delle unità di misura, quale ad esempio il metro, unità di misura di lunghezza.

Nella tabella sottostante trovi riportati i principali multipli e sottomultipli con la corrispondente notazione scientifica, accompagnata dal prefisso e dal simbolo con cui vengono identificati.

Prefissi del Sistema Internazionale

10^n	Prefisso	Simbolo	Nome	Equivalente decimale
10^{15}	peta	P	Biliardo	1 000 000 000 000 000
10^{12}	tera	T	Bilione	1 000 000 000 000
10^9	giga	G	Miliardo	1 000 000 000
10^6	mega	M	Milione	1 000 000
10^3	kilo	k	Mille	1 000
10^2	hecto	h	Cento	100
10^1	deca	da	Dieci	10
10^0			Uno	1
10^{-1}	deci	d	Decimo	0,1
10^{-2}	centi	c	Centesimo	0,01
10^{-3}	milli	m	Millesimo	0,001
10^{-6}	micro	μ	Milionesimo	0,000 001
10^{-9}	nano	n	Miliardesimo	0,000 000 001
10^{-12}	pico	p	Bilionesimo	0,000 000 000 001
10^{-15}	femto	f	Biliardesimo	0,000 000 000 000 001

- Esegui le seguenti equivalenze, esprimendo il risultato in notazione scientifica:
 - $1m = \dots mm$
 - $2km = \dots m$
 - $5dam = \dots m$
 - $2m = \dots \mu m$
 - $3mm = \dots m$
 - $66dm = \dots mm$
 - $3,4cm = \dots km$
 - $81hm = \dots mm$
- Un capello umano ha uno spessore di circa $70 \mu m$. Qual è lo spessore di 6000 capelli?
- La distanza media tra Terra e Sole è pari a 150 milioni di km . Esprimi questo valore in notazione scientifica prima in km e poi in m .
- La luce viaggia ad una velocità di $300000km$ al secondo, la velocità più alta raggiungibile in natura. Esprimi tale velocità in notazione scientifica e poi trasformala in m al secondo. Quanti km avrà percorso un raggio di luce in 45 secondi?

d. Scomposizione in fattori primi, M.C.D. e m.c.m.

1. Calcola il M.C.D. e il m.c.m. dei seguenti gruppi di numeri, mediante la scomposizione in fattori primi:

a. 336; 648; 1512

b. 54; 75; 180; 216

c. 288; 360; 432; 240

e. Problemi

1. Ad un concorso sono iscritti 448 ragazzi, 1232 ragazze, 224 uomini e 560 donne. La direzione del concorso forma delle squadre del massimo numero possibile, in modo che ciascuna di esse comprenda lo stesso numero di donne, di uomini, di ragazze e di ragazzi. Quante squadre potrà formare e di quante persone sarà composta ognuna di esse? [112 squadre; 2 uomini; 5 donne; 4 ragazzi; 11 ragazze]

2. In un salvadanaio vi sono più di 40 monete e meno di 100. Se si contano a gruppi di nove non ne resta alcuna, mentre a gruppi di 5 ne restano 2. Quante sono le monete? [72]

3. Un'autostrada è formata da tre tronchi lunghi rispettivamente 66 km, 176 km e 110 km. Si vogliono disporre dei caselli, alla massima distanza possibile uno dall'altro, ma a distanze uguali in ciascuno dei tronchi. A che distanza l'uno dall'altro verranno posti i caselli? Quanti ne occorreranno tenendo conto che sia all'entrata che all'uscita ce ne sarà uno? [km 22; 19]

4. In un orto botanico è stata trovata una nuova varietà di pianta, che ha prodotto il primo giorno un rametto e tre foglie, e ogni giorno successivo, da ogni foglia, un rametto e tre foglie. Quante foglie avrà prodotto il quarto giorno? E il quinto? In un certo giorno si contano 2187 nuove foglie: quanti giorni ha la pianta? [81; 243; 7]

CURIOSITÀ MATEMATICHE

● Prendi quattro numeri naturali consecutivi, moltiplicali fra loro, aggiungi 1 e otterrai un quadrato perfetto. Verificalo con qualche esempio.

Esempi:

2. L'insieme Z dei numeri interi relativi

a. Numeri interi relativi e loro rappresentazione

1. Rappresenta su una retta orientata i seguenti numeri:

$$+3; -4; 0+2; -3; +5; -2$$

Indica quali hanno lo stesso valore assoluto e quali sono discordi.

2. Completa la seguente tabella:

a	-4	+4	-3	+15		+6	0	+8	+5	+3
b	+9	-4		-6	0	+6	-5		+8	-8
$a - b$			0		-9			0		

a	-13	+11		-2	-4	+5	-9			+7
b	+4		-6		7			-18	-6	-7
$a + b$		+5	-9	0		-8	+2	-5	-6	

b. Espressioni

Calcola il valore delle seguenti espressioni:

$$1. \quad +7 - \{-6 + [-5 + (-3 + 6 - 4)] - 3\} + [-(+2 - 7) - 5] \quad [+22]$$

$$2. \quad 3 \cdot \{15 - [3 \cdot (2 - 6 + 3)] - 10\} + 4 \cdot [(-2 \cdot 3 + 6) - 5] \quad [+4]$$

$$3. \quad [15 + (-3 + 2 - 6) : (-7)] : [4 \cdot (-2)] + 6 : (-3) - (4 + 2 \cdot 6 - 4) \quad [-16]$$

Calcola il valore delle seguenti espressioni applicando le proprietà delle potenze:

$$4. \quad [(-2)^4 : (2)^2]^3 \cdot (3)^6 \quad [(2 \cdot 3)^6]$$

$$5. \quad [(4)^2 \cdot (-4)^5]^2 : (-2)^{14} \quad [+2^{14}]$$

$$6. \quad \left\{ [(-2)^5 \cdot (-2) \cdot (-2)^0]^3 : [(-2)^4 \cdot (-2)^3] \right\} : (-2)^{10} \quad [-2]$$

$$7. \quad \left\{ [(-2)^3]^4 : 2^9 + 25 \right\} - [(+5)(-4) + 1] - 2(-3) \quad [+58]$$

$$8. \left[(-5)^2 \cdot (-5)^3 : (-5)^4 \right]^2 - (8 - 2^2 - 3^2) \cdot (5^6 : 5^4 - 30) \quad [0]$$

$$9. -[-3^2 : (-3)]^3 \cdot [2 - 5 + (-3) \cdot (-2)] : [3^2 \cdot (-3)] \quad [+3]$$

c. Problemi

1. Un termometro segna 16 gradi centigradi sopra lo zero, la temperatura si abbassa di $\left(3 + \frac{1}{2}\right)^\circ\text{C}$ e poi cresce di $1,25^\circ\text{C}$, infine discende di altri 4°C . Che temperatura segna il termometro? [9,75°C]

2. Sottrai dal prodotto di 5 per l'opposto di -9 la somma del quadrato di 3 con il cubo di -2; dividi la differenza per -11 ed eleva il quoto alla terza. Calcola il valore dell'espressione trovata. [-64]

PROBLEMI CURIOSI

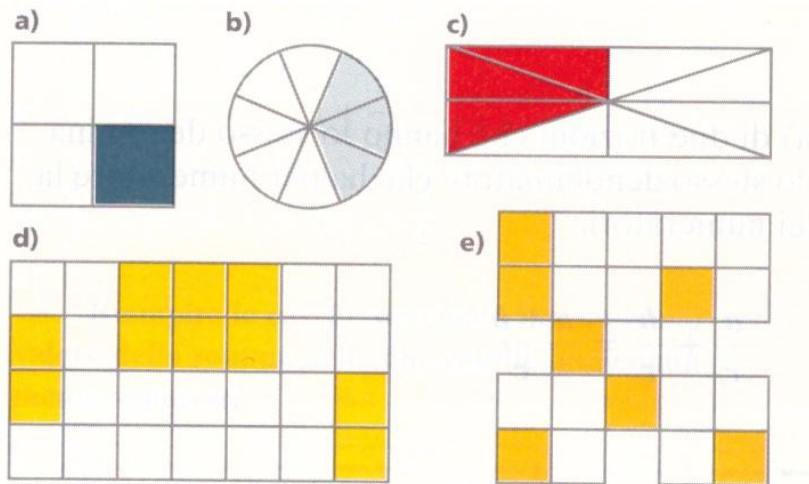
🌍 Quanti anni sono trascorsi dalla nascita di Aristotele, avvenuta nel 384 a.C., alla morte di Giulio Cesare avvenuta nel 44 a.C.? E a quella di Caligola, avvenuta nel 41 d.C.?

🌍 Il lago più profondo del mondo è il lago Bajkal, che si trova in Asia. Il livello dell'acqua del lago si trova ad un'altitudine di 454 metri, una parte del suo letto, dove il lago è più profondo, si trova ad un'altitudine di -1166 metri. Qual è la profondità massima del lago Bajkal?

3. L'insieme Q dei numeri razionali relativi

a. Frazioni e loro rappresentazione

1. Esprimi sotto forma di frazione la parte colorata delle seguenti figure:



2. Semplifica le seguenti frazioni riducendole ai minimi termini:

$$\frac{40}{12}$$

$$\frac{25}{75}$$

$$\frac{125}{375}$$

$$\frac{240}{640}$$

3. Ordina le seguenti frazioni in ordine crescente:

$$\frac{12}{3}$$

$$\frac{5}{7}$$

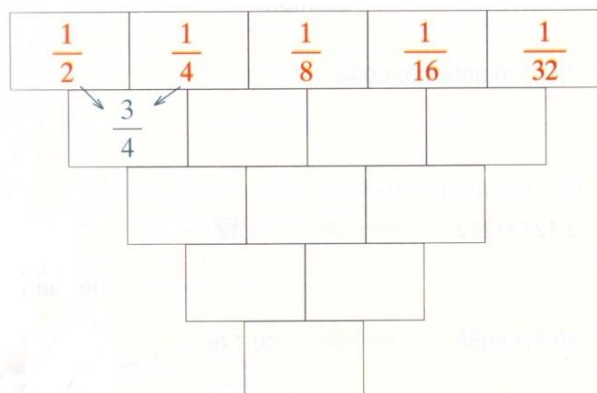
$$\frac{4}{5}$$

$$\frac{2}{3}$$

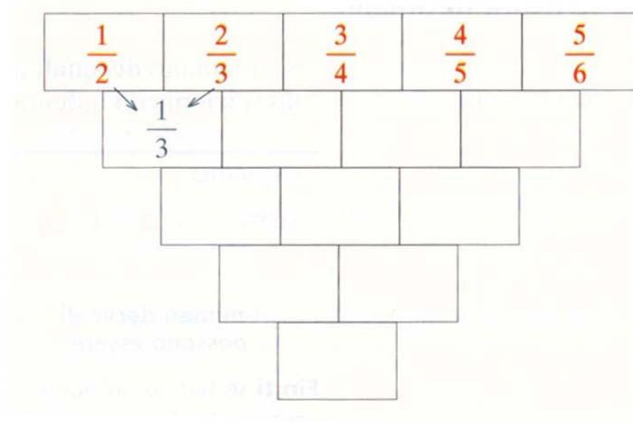
$$\frac{8}{5}$$

$$\frac{10}{7}$$

4. Riempi le caselle scrivendo in ciascuna il valore della somma delle due caselle immediatamente superiori:



5. Riempi le caselle scrivendo in ciascuna il valore del prodotto delle due caselle immediatamente superiori:



b. Numeri decimali

Esercizio svolto. Trasformiamo in frazioni i seguenti numeri decimali:

Numero decimale	Tipo	Frazione generatrice
2,24	Decimale limitato	$2,24 = \frac{224}{100} = \frac{56}{25}$
$1,\bar{2}$	Decimale periodico semplice	$1,\bar{2} = \frac{12-1}{9} = \frac{11}{9}$
$1,2\bar{4}$	Decimale periodico misto	$1,2\bar{4} = \frac{124-12}{90} = \frac{112}{90} = \frac{56}{45}$

1. Trasforma in frazioni i seguenti numeri decimali:

$$0,3\bar{6} \qquad 5,\bar{2} \qquad 3,4 \qquad 0,\bar{13}$$

c. Proporzioni e percentuali

1. Determina il valore di x nelle seguenti proporzioni:

$$12 : x = 5 : 20$$

$$0,2 : x = 4 : 84$$

$$16 : 12 = x : 4$$

2. Indica la percentuale che rappresenta i ragazzi aventi la caratteristica indicata:

4 ragazzi su 20 giocano a tennis

15 ragazzi su 25 vengono promossi

6 ragazzi su 40 portano gli occhiali

18 ragazzi su 20 hanno la patente

12 ragazzi su 36 vanno in vacanza all'estero

3. **Completa:**

Il 10% di 156 è uguale a

Il % di 120 è uguale a 6.

Il 6% di è uguale a 12.

d. **Espressioni**

Semplifica le seguenti espressioni:

$$1. \quad \frac{11}{3} - \left(2 - \frac{5}{6}\right) \quad \left[\frac{5}{2}\right]$$

$$2. \quad \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}\right) : \left(\frac{4}{3} - \frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) \quad \left[\frac{97}{38}\right]$$

$$3. \quad \left[\frac{1}{4} + \left(\frac{1}{4} + 1\right)^2 - \left(1 + \frac{5}{16}\right)\right]^2 \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right)^2 \quad \left[\frac{4}{9}\right]$$

$$4. \quad 0,5 + \left[1,25 - \left(\frac{5}{4} - 0,6 - 0,5\right) - \frac{2}{5}\right] \quad \left[\frac{6}{5}\right]$$

$$5. \quad \left\{ \left[\left(\frac{5}{6}\right)^9 : \left(\frac{5}{6}\right)^6\right] \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4 \right\}^2 : \left[\left(\frac{5}{6}\right)^2\right]^6 - \left(1 + \frac{1}{4} - \frac{5}{9}\right) \quad [0]$$

e. **Problemi**

1. Ho un debito di 1000 euro. Ne pago prima $\frac{1}{4}$ poi $\frac{2}{5}$ della parte rimanente. Quanto mi resta da pagare? [450 euro]

2. Quanti litri di vino sono contenuti in 20 bottiglie da tre quarti di litro? Quante bottiglie da tre quarti di litro sono necessarie per contenere 24 litri di vino? [15 litri; 32 bottiglie]

3. In una classe, $\frac{1}{6}$ degli studenti va a scuola a piedi, $\frac{1}{4}$ in motorino e $\frac{3}{8}$ in bicicletta; i rimanenti vanno a scuola in autobus. Qual è la frazione che rappresenta gli studenti che vanno a scuola in autobus? Se gli studenti che vanno a scuola in autobus sono 5, da quanti studenti è formata la classe? [$\frac{5}{24}$; 24 studenti]

4. Per dipingere una parete rettangolare larga 5 m e alta 2 m occorrono 1,5 kg di vernice. Quanta vernice occorre per dipingere una parete rettangolare larga 6 m e alta 3 m? [2,7 kg]
5. Un televisore viene venduto al prezzo di 200 euro, prima che venga praticato su di esso uno sconto del 15%. Qual è il prezzo del televisore scontato? [170 euro]

CURIOSITÀ MATEMATICHE

Il termine "frazione" deriva dal latino *frangere* (rompere) e nel linguaggio comune indica una parte di un tutto; può quindi essere la borgata di un comune, oppure un gruppo di persone, unite fra loro da un interesse comune, e si parla anche di *frazione di secondo*, di *frazione di gara* oppure di *frazione di gioco*.

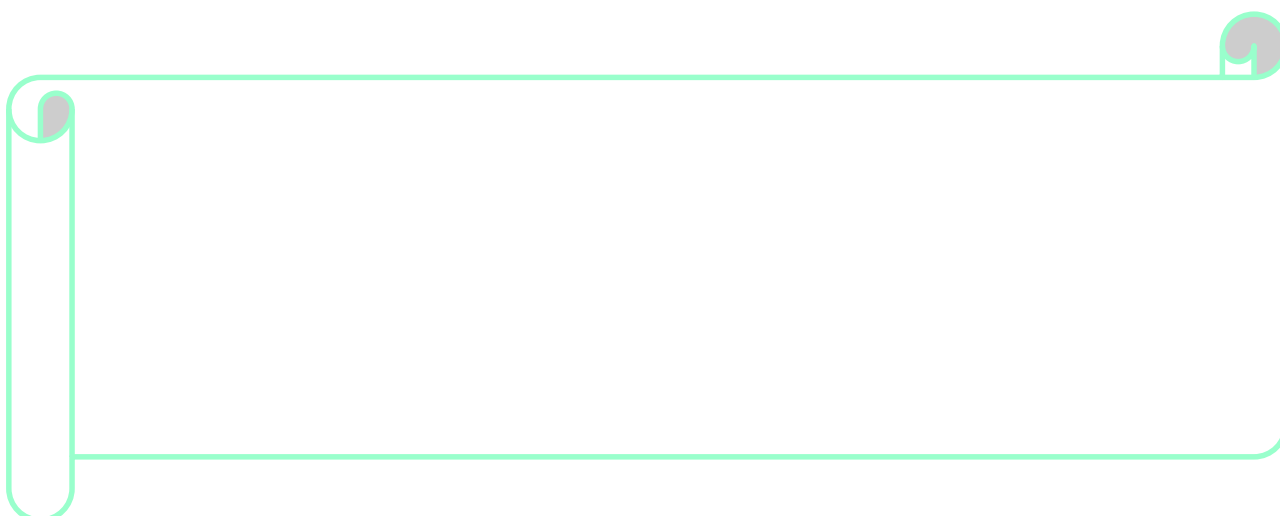
Le frazioni sono nate da un problema antichissimo ...

"DIVIDERE 5 PANI FRA 4 PERSONE"

Questo problema si trova in uno dei più antichi documenti egizi di natura matematica giunti fino a noi: il Papiro di Rhind, anche noto come Papiro di Ahmes, dal nome dello scriba che lo trascrisse, verso il 1650 a.C., da un originale composto fra il 2000 ed il 1800 a.C.

🌐 *Viaggiatori e pagnotte.*

Due compagni viaggiano insieme. Il primo ha 5 pagnotte e il secondo ne ha 7. Incontrano un terzo viaggiatore che, affamato, li invita a spartire le loro pagnotte con lui. I tre mangiano insieme, spartendo equamente le pagnotte, e alla fine del pasto il terzo lascia agli altri 12 monete. Come dovranno spartirle i due compagni?



4. I primi elementi del calcolo letterale

a. Dalle parole ai simboli

Scrivi in forma simbolica le frasi seguenti:

- Somma al cubo di a il quadrato di b e dividi il risultato per il doppio di a .
- Moltiplica la differenza dei quadrati di x e y per il quadrato della differenza tra x e y .
- Esprimendo con a l'età attuale di una persona, qual era l'età di quella persona 9 anni fa e quale sarà la sua età fra 5 anni?

b. Dalle formule dirette a quelle inverse

Esempio	<p>Inverti la formula dell'area del triangolo e ricava la base.</p> <p>Utilizza il metodo del circuito, per la formula diretta segui la freccia superiore mentre per quella inversa segui la freccia inferiore.</p> $A = \frac{b \cdot h}{2}$ <p style="text-align: right;">quindi $b = \frac{2 \cdot A}{h}$</p>
---------	---

1. Con il metodo presentato sopra, risolvi i seguenti esercizi:

a. L'area del rombo è $A = \frac{d \cdot D}{2}$. Ricava la diagonale minore d .

b. Il volume del cilindro è $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$. Ricava l'altezza h .

c. L'area del trapezio è $A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$. Ricava la base maggiore B e l'altezza h .

2. Data la formula $h = b + c - g$, ricava le formule inverse per ottenere c e g .

3. Data la formula $s = v \cdot (t - k)$, ricava le formule inverse per ottenere v , t e k .

c. Espressioni algebriche letterali

Calcola il valore delle seguenti espressioni assegnando alle lettere i valori indicati a fianco:

$$1. (2a+b)^3 - 2(a+b)^2 \quad a = \frac{3}{4} \quad b = -\frac{1}{2} \quad \left[\frac{7}{8} \right]$$

$$2. (a^5 + a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 + ab^4 + b^5) \cdot (a-b) \quad a = 2 \quad b = -2 \quad [0]$$

$$3. \frac{a^3 + 2a^2b + ab^2}{3a^2 + 3ab} \quad a = -\frac{1}{2} \quad b = -1 \quad \left[-\frac{1}{2} \right]$$

d. Operazioni con i monomi e con i polinomi

1. Riduci a forma normale i seguenti monomi, indicane poi il grado complessivo e il grado rispetto a ciascuna lettera:

$$a. \frac{5}{2}a^2a\left(\frac{x}{5}\right)x(x^2a^3)$$

$$b. (0,1)^2 \frac{10c^2}{3} 9x^2 \left(-\frac{y}{3}\right)^3$$

$$c. \frac{-3c^3}{4a} a^2 \left(\frac{-1c}{5} c^2\right) (-20)$$

Semplifica le seguenti espressioni con i monomi e con i polinomi:

$$2. \left(-\frac{1}{6}a^3by^2\right)(ab^2)\left(\frac{12}{5}b\right) - \left(\frac{4}{5}a^3b^4\right)(2a)y^2 - (-a^2b^2y)^2 \quad [-3a^4b^4y^2]$$

$$3. \left(-\frac{1}{3}xb\right)^2 - 2x\left(-\frac{10}{18}x\right)\left(-\frac{7}{5}b^2\right) + \left(-\frac{6}{3}x^2b^4\right)^2 : 9x^2b^6 \quad [-x^2b^2]$$

$$4. -ab(3a^2 + 2b^2) - [a(a^2b - b^3) - b(ab^2 + a^3)] + (ab)^3 : (-b)^2 \quad [-2a^3b]$$

$$5. 9ab^3 + \left[\frac{3}{4}a\left(2a - \frac{1}{6}b\right) - \left(3a - \frac{1}{4}b\right)\left(\frac{1}{2}a + b\right)\right]\left(\frac{1}{2}b\right)^2 - \left(-\frac{1}{2}b\right)^4 \quad \left[\frac{33}{4}ab^3\right]$$

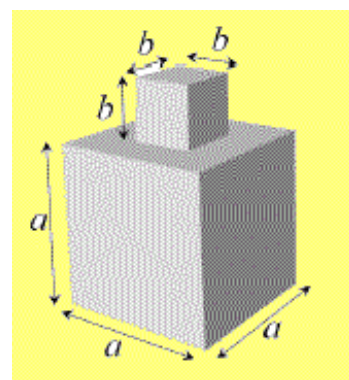
6. **INVALSI 2012-2013** Un solido S è ottenuto incollando uno sopra l'altro due cubi come mostra la figura a fianco. Quale delle seguenti espressioni esprime l'area della superficie totale del solido S ?

$$A. 5a^2 + 4b^2$$

$$B. 6a^2 + 4b^2$$

$$C. 6a^2 + 5b^2$$

$$D. 6a^2 + 6b^2$$



5. Le equazioni numeriche di primo grado

a. Equazioni e principi di equivalenza

1. Riconosci, fra le seguenti uguaglianze, quali sono **identità (I)** e quali sono **equazioni (E)**:

a. $3 \cdot 7a = 4 \cdot 5a + a$

b. $4a + 3a = 14a : 2$

c. $7a + 15a = 44$

d. $3x \cdot 7 = 21$

e. $12x + 15x = 37x - 10x$

f. $2a(a+1) = 2a^2 + 2a$

2. Stabilisci, in ogni caso, se il valore attribuito alla lettera è soluzione dell'equazione data:

a. $3x = 9$ $x = 3$

b. $x - 5 = 10$ $x = 5$

c. $5x + 4 = 10x - 6$ $x = -2$

d. $3(x-1) = 4(x+1)$ $x = -7$

3. Data l'equazione $3x + 5 = 11$ individua, fra le seguenti, le equazioni ad essa equivalenti, specificando, in ogni caso, quale principio di equivalenza è stato applicato:

a. $-3x - 5 = 11$

b. $6x + 10 = 22 + 2x$

c. $3x + 5 - 3 = 8 + 2$

d. $x + 3x + 5 = 11 + x$

e. $\frac{3}{2}x = 3$

f. $\frac{1}{4}x + 3x + 5 = 11$

b. Equazioni numeriche intere

Risolvi le seguenti equazioni:

1. $5 - [-(x-1) - 5(2x-1)] = 2 + x + (2x-3)$ $[x = 0]$

2. $4(x-3)(x+3) + 1 = 4x^2 - 5x$ $[x = 7]$

$$3. \quad 8 - (1 + 2x) - \{1 - 2[3(x - 5)] - 5x + 4(2x + 2) - 1\} = 0 \quad [x = 31]$$

$$4. \quad \frac{x + 0,1}{0,2} = 1,85 + 0,5x \quad [x = 0,3]$$

$$5. \quad x - \frac{2}{3} + \frac{1}{9}(x - 2) + \frac{1}{3}(x + 2) = \left(x - \frac{2}{3}\right) + 3x - 1 \quad \left[x = \frac{13}{23}\right]$$

$$6. \quad \left(\frac{2x+1}{2} - \frac{2x-1}{3}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{5}{6}\left(\frac{2x+1}{2} + \frac{2x-1}{3}\right) - \frac{4}{3}x \quad [\text{in det er min ata}]$$

c. Problemi ed equazioni

1. Due numeri naturali consecutivi sono tali che la somma di un quinto del minore e di un mezzo del maggiore è uguale a 18. Determina i due numeri incogniti. [25; 26]

2. Il perimetro di un trapezio isoscele è di 100 cm e la base maggiore è $i \frac{7}{3}$ della minore. Sapendo che ciascun lato obliquo è $i \frac{10}{9}$ della base minore, calcola le misure dei lati. [18 cm; 42 cm; 20 cm]

3. Una corda viene divisa in 4 parti in modo che ogni parte ottenuta sia 5 m più corta della precedente. Sapendo che la corda è lunga 95 m, quanto misura ogni parte così ottenuta? [16,25; 21,25; 26,25; 31,25]

4. Lo zio Bepi preleva dalla cantina prima $i \frac{3}{5}$ della capacità di una grande botte piena di vino Valpolicella e, successivamente, altri 80 litri. Il vino rimasto rappresenta $i \frac{2}{7}$ della capacità della botte. Qual è la capacità della botte utilizzata? [700 litri]

5. Si racconta che **Diofanto di Alessandria** (vissuto verso il 250 d.C.), considerato l'iniziatore del calcolo algebrico, fece scrivere sulla sua tomba:

Dio gli concesse di rimanere fanciullo per un sesto della sua vita, e trascorso un altro dodicesimo, Egli gli coprse le guance di peluria; dopo un settimo della sua vita Egli gli accese la fiaccola del matrimonio, e cinque anni dopo il matrimonio gli concesse un figlio. Purtroppo questo bambino nato dopo tanto tempo fu sfortunato: dopo aver raggiunto la metà della vita di suo padre, fu portato via da un Destino crudele. Dopo aver consolato il proprio dolore con la scienza dei numeri per quattro anni, pose termine alla propria vita.

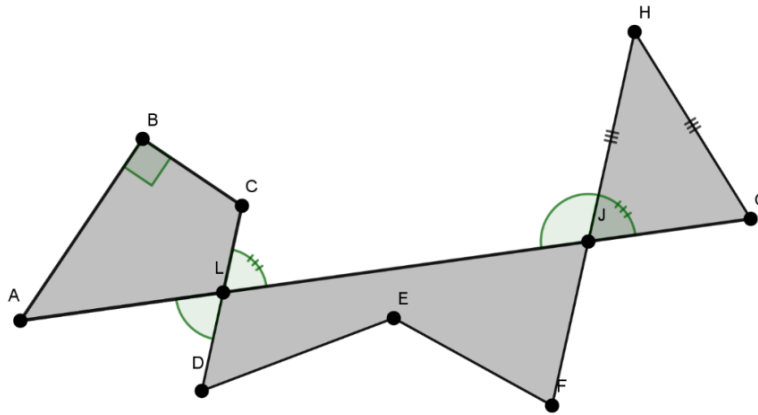
Quanti anni visse Diofanto?

[84]

6. Le figure geometriche

a. Gli enti geometrici fondamentali

Riferendoti alla figura, completa le affermazioni seguenti:



1. AG è un
2. $ABCDEFHGA$ è una
3. AL e LC sono segmenti
4. AL e LJ sono segmenti
5. Gli angoli LJH e HJG sono
6. Gli angoli ALD e CLJ sono
7. L'angolo ABC è
8. Il quadrilatero $ABCL$ è un poligono
9. Il $LDEFJ$ è
10. Il triangolo JHG è
11. I segmenti CD e FH sono tra loro

b. Individuare dati e incognite

Uno sguardo sul mare.

Il finestrino di una barca ha la forma di trapezio rettangolo, in cui l'angolo acuto misura 60° . Sapendo che il lato obliquo e la base minore misurano rispettivamente 42 cm e 70 cm:



- disegna il trapezio;
- individua i dati e le incognite;
- calcola l'area e il perimetro del trapezio, utilizzando correttamente le unità di misura.

Consiglio: in caso di risultati con la virgola, approssima alla prima cifra decimale.

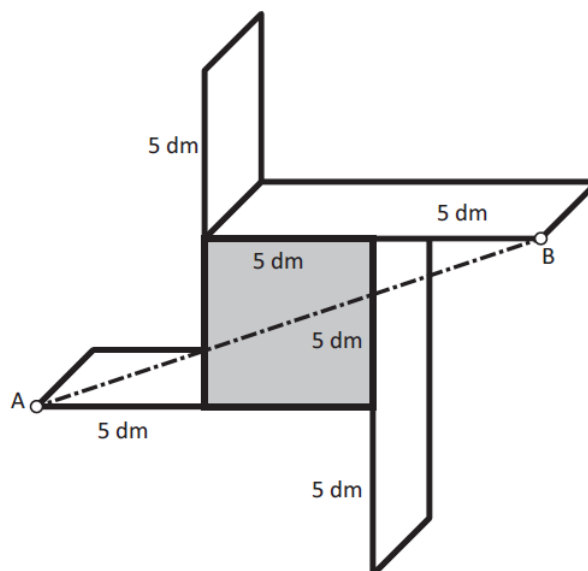
c. Il teorema di Pitagora

INVALSI 2013-2014

Leonardo vuole costruire una mensola come quella in figura. La parte sporgente delle assi della mensola è di lunghezza uguale a quella del lato del quadrato centrale.



Qui sotto è riportato lo schema della parte posteriore della mensola con le misure. Affinché la mensola sostenga il peso dei libri è necessario mettere una sbarretta d'acciaio che colleghi il punto A con il punto B, come nello schema.

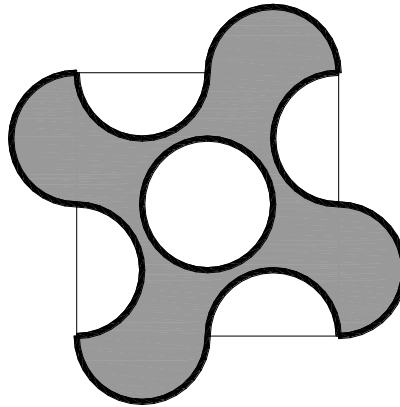


Quanto deve essere lunga la sbarretta?

d. Area e perimetro di figure piane

L'elica del drone.

Il tuo drone ha bisogno di una nuova elica, che è di plastica rivestita da un bordo metallico. L'elica è rappresentata in figura; in tutte le circonferenze il raggio misura 1 cm. Determina la misura del bordo (compresa la parte circolare interna) e l'area dell'elica.



e. Superficie e volume di figure solide

Giochi con la plastilina.



Sandra ha preso un pezzo di plastilina di forma cilindrica con altezza lunga 12 cm e diametro lungo 5 cm, e l'ha deformata fino a fargli assumere la forma di un cubo. Quanto misura lo spigolo del cubo? Approssima i risultati alla prima cifra decimale.

UNA LEGGENDA: PITAGORA OSSERVA LE PIASTRELLE

Si racconta che Pitagora (circa 575 - 495 a.C.) abbia scoperto il suo teorema mentre stava aspettando di essere ricevuto da Policrate. Seduto in un grande salone del palazzo del tiranno di Samo, Pitagora si mise ad osservare le piastrelle quadrate del pavimento. Si pensa che ne abbia vista una rotta perfettamente lungo una diagonale, così da formare due triangoli rettangoli uguali. Sai spiegare il ragionamento fatto da Pitagora con la piastrella quadrata?

